

НАСТАВНО-НАУЧНОМ ВЕЋУ
ПЕДАГОШКОГ ФАКУЛТЕТА У УЖИЦУ УНИВЕРЗИТЕТА У КРАГУЈЕВЦУ

На предлог Наставно-научног већа Педагошког факултета у Ужицу (Одлука број 6/3 од 6.3.2023. године), а одлуком Стручног већа за друштвено-хуманистичке науке Универзитета у Крагујевцу број IV-02-175/22 од 22.03.2023. године именовани смо за чланове Комисије за оцену и одбрану докторске дисертације *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића. На основу увида и анализе урађене и предате докторске дисертације Комисија Наставно-научном већу Педагошког факултета у Ужицу Универзитета у Крагујевцу подноси следећи

ИЗВЕШТАЈ

I ОПИС ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ

Докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића написана је на 381 страници формата А4 и садржи 82 слике, 13 графикона и 68 табела. Структуру садржаја докторске дисертације чине три целине: *Теоријске основе истраживања* (стр. 5–141), *Методолошке основе истраживања* (стр. 142–161), *Анализа и интерпретација резултата истраживања* (стр. 162–241). Наведеним целинама претходи *Апстракт* на српском и енглеском језику, *Садржај* и *Увод* (стр. 1–4), а на крају је дат *Закључак и методичке импликације* (стр. 242–249). На крају рада дат је списак коришћене литературе који чини 300 библиографских одредница и *Прилози* у оквиру којих су наведени инструменти коришћени у истраживању, садржај експерименталног програма и делови статистичких израчунавања.

Први део, *Теоријске основе истраживања*, структуриран је кроз четири садржајне, међусобно повезане целине: *Софтверски пакет GeoGebra*, *Геометрија у почетној настави математике*, *Софтверски пакет GeoGebra* и *учење геометрије у млађим разредима основне школе*, *Преглед досадашњих истраживања*.

У оквиру прве целине, *Софтверски пакет GeoGebra*, кандидат је теоријски расветлио појам образовни софтвер, при чему је анализирао различита схватања образовног софтвера (Buckleitner, 1999; Hinostroza, Rehbein, Mellar, Preston, 2000; Majherová, Palásthy, Gunčaga, 2014; NgLee, Kamariah, Samsilah, WongandPetri, 2005), могућности које образовни софтвер нуди процесу образовања, уз посебан акценат на допринос настави математике (Gunčaga, Majherová, 2012; Kortenkamp, Fest, 2008; Pech, 2012; Zengin, Furkan, Kutluca, 2012). Будући да се софтвер *GeoGebra* може дефинисати и као *CAS* и као *DGS* софтвер, у оквиру поднаслова *Системи рачунарске алгебре* и *Системи динамичке геометрије*, кандидат је указао на специфичности, предности и ограничења обе групе софтвера, и укратко представио неке од њихових типичних представника. У потпоглављу *Софтверски пакет GeoGebra - настанак и развој* кандидат Милан Миликић даје детаљан преглед настанка идеје о креирању софтверског пакета који истовремено укључује и симболичка и визуелна својства што га чини и *CAS* и *DGS* софтвером. У оквиру ове целине објашњени су принципи на којима почива софтвер и начини како су различите верзије софтвера развијане и унапређиване са циљем једноставног манипулисања и управљања, остављајући тако више простора за учење и експериментисање. У поднаслову

Садржај и карактеристике пакета GeoGebra кандидат на веома прегледан начин представља изглед корисничког интерфејса софтвера, уз детаљно објашњење свих функција и могућности које софтвер нуди. Веома вредан део ове целине представља садржај у оквиру којег кандидат прецизно и јасно даје опис изгледа радних окружења и свих алата намењених раду са објектима у равни и простору, обрађујући пажњу тако да је сваки алат пропраћен и одговарајућим визуелним приказом.

Друга целина теоријског оквира, *Геометрија у почетној настави математике*, усмерена је на геометрију као област математике. У оквиру ње, кандидат наводи основне идеје у развоју геометрије до њеног научног заснивања, такође наводи основне карактеристике садржаја и наставе геометрије у оквиру почетне наставе математике. Кандидат врши анализу циља и потребе за увођењем образовних стандарда за крај првог циклуса обавезног образовања чиме се фокус ставља на исходе образовања, тј. знања, вештине, ставове и вредности које ученик треба да изгради учествујући у образовном процесу. У том контексту, кандидат анализира постигнућа ученика из Србије на националним и међународним тестирањима која указују да су у садржинском домену геометрије постигнућа ученика из Србије слабија од укупних резултата остварених из математике (Гашић-Павишић, Станковић, 2012; Марушић Јаблановић, Гутвајн, Јакшић, 2017; Mullis, Martin, Foy, Hooper, 2016). Са циљем бољег разумевања тешкоћа и проблема који прате учење геометрије на млађем школском узрасту кандидат Милан Миликић разматра теоријске поставке на којима почива настава геометрије у почетној настави математике. У оквиру поднаслова *Теоријска заснованост учења геометрије у почетној настави математике* издваја теорије које као важан аспект у развоју геометријског мишљења ученика узимају очигледност и визуелизацију (Duval, 1995; Houdement, Kuzniak, 2003; Fischbein, 1993; Van Hiele, 1986). Посебну пажњу кандидат посвећује улози очигледности и визуелизације, као једних од најбитнијих фактора наставе геометрије, у оквиру поднаслова *Очигледност и визуелизација - императиви у учењу геометрије у почетној настави математике*. У том контексту, критички анализира различита схватања појма очигледности, сагледава и анализира улогу и значај очигледности и визуелизације за формирање геометријских појмова (Arcavi, 2003; Hershkowitz, Arcavi, Bruckheimer, 2001; Gutierrez, 1996; Guzman, 2002; Presmeg, 2006; Sinclair, Bruce, 2015; Tiwari, Obradović, Rathour, Narayan Mishra, Narayan Mishra, 2021; Zimmermann, Cunningham, 1991).

Трећа целина *Софтверски пакет GeoGebra и учење геометрије у млађим разредима основне школе* представља најобимнији и најсадржајнији део дисертације, а уједно има и централни значај за рад. Полазећи од специфичности наставе геометрије, развојних карактеристика ученика млађег школског узраста, проблема који прате наставу и учење геометрије на овом узрасту, потребу за изразитом очигледношћу, кандидат темељно и детаљно поставља оквире на којима је могуће применити софтверски пакет. Том приликом, кандидат издваја и операционализује модалитете примене софтверског пакета *GeoGebra* за увођење појма: *линије, тачке, угла, правоугаоника, квадрата, троугла, квадра, коцке*; као и за мерење *површине правоугаоника, квадрата, квадра, коцке*. За сваки од издвојених модалитета детаљно је представљен поступак примене, описана суштина и значај очигледности и адекватног визуелног приказа приликом увођења поменутих појмова, док је примењени методички приступ садржајима заснован првенствено на идеји коришћења софтвера *GeoGebra*. У оквиру ове целине, кандидат је посебну пажњу посветио визуелизацији, као важном аспекту процеса увођења геометријских појмова, где је поред теоријских полазишта наведен велики број конкретних примера који су за циљ имали да практично илуструју процес поучавања и учења. На крају треће целине, у оквиру потпоглавља *Потенцијална ограничења примене GeoGebra софтвера у учењу геометрије на млађем школском узрасту* извршен је критички осврт и истакнуте су препреке и потешкоће са којима се могу сусрести учитељи и ученици при коришћењу софтверског пакета.

На крају теоријских разматрања, у оквиру целине *Преглед досадашњих истраживања* кандидат је дао прегледан, садржајан и свеобухватан осврт на досадашња истраживања ефеката примене софтверског пакета *GeoGebra* у настави математике, али и проблема који прате учење садржаја геометрије.

Други део дисертације, *Методолошке основе истраживања*, садржи све елементе неопходне за заснивање и реализацију истраживања чији је предмет истраживања усмерен на *испитивање ефеката примене софтверског пакета GeoGebra у учењу садржаја геометрије у четвртом разреду основне школе*. Предмет дисертације је свеобухватно постављен, детерминисан савременим схватањима о могућностима организације и реализације наставе геометрије на млађем школском узрасту са акцентом на визуелизацију процеса учења и поучавања и учење путем открића. Поред тога, предмет истраживања је и *испитивање ставова и мишљења ученика и учитеља о експерименталном програму и испитивање утицаја софтвера на мотивацију ученика за учење геометрије*. За основни циљ истраживања кандидат је поставио *експериментално утврђивање ефеката примене софтверског пакета GeoGebra на побољшање постигнућа у учењу садржаја геометрије у четвртом разреду основне школе у односу на реализацију истих садржаја класичним моделом извођења наставе*. На основу овако формулисаног циља истраживања, операционализовано је пет истраживачких задатака: 1) Испитати утицај примене софтверског пакета *GeoGebra* на постигнућа ученика у учењу геометрије; 2) Утврдити утицај примене софтверског пакета *GeoGebra* на трајност усвојених садржаја геометрије у почетној настави математике; 3) Испитати утицај примене софтверског пакета *GeoGebra* на ставове и мишљења ученика о математици; 4) Испитати ставове ученика о учењу геометрије применом софтверског пакета *GeoGebra*; 5) Утврдити мишљења учитеља о примени софтверског пакета *GeoGebra* у почетној настави математике.

Сагледавање улоге, могућности и ефеката примене софтверског пакета *GeoGebra* кандидат Милан Миликић је пратио кроз: 1) експериментално истраживање ефеката софтверског пакета *GeoGebra* на садржајима геометрије у четвртом разреду основне школе; 2) испитивање ставова и мишљења ученика о експерименталном програму; 3) испитивање мишљења учитеља о примени софтверског пакета *GeoGebra* у почетној настави математике.

Сагласно постављеном циљу и задацима истраживања постављене су општа и посебне хипотезе истраживања. Општа хипотеза истраживања гласи: *Применом софтверског пакета GeoGebra могуће је побољшати ниво постигнућа ученика у области геометрије у односу на класични модел извођења наставе математике у четвртом разреду основне школе*.

Посебне хипотезе истраживања су:

- X1. Примена софтверског пакета *GeoGebra* у учењу садржаја геометрије доприноси повећању постигнућа ученика у почетној настави математике;
- X2. Примена софтверског пакета *GeoGebra* у учењу садржаја геометрије доприноси повећању трајности знања ученика у почетној настави математике;
- X3. Примена софтверског пакета *GeoGebra* доприноси формирању позитивних ставова и мишљења ученика према математици;
- X4. Примена софтверског пакета *GeoGebra* доприноси формирању позитивних ставова ученика о учењу геометрије применом софтвера;
- X5. Учитељи су мишљења да примена софтверског пакета *GeoGebra* доприноси повећању образовних постигнућа ученика и позитивно утиче на трајност усвојених садржаја у почетној настави математике.

На бази теоријских разматрања извршена је емпиријска верификација конципираног методичког оквира у настави геометрије кроз реализовано експериментално истраживање са паралелним групама на узорку ученика четвртог разреда основне школе. Са тим циљем, кандидат је пажљиво и детаљно испланирао и спровео експериментално истраживање како би испитао ефекте примене софтверског пакета *GeoGebra* на образовна постигнућа ученика. Ефекти су праћени кроз неколико нивоа анализе: 1) укупно постигнуће ученика; 2) резултати према нивоима образовних постигнућа (основни, средњи и напредни); 3) трајност знања ученика; ефекти су праћени кроз призму утицаја независних варијабли - општи успех, оцена из математике, пол. Други део истраживања заснован је на: 1) испитивању ставова и мишљења ученика експерименталне групе о експерименталном програму; 2) испитивању мишљења учитеља о могућностима примене софтверског пакета *GeoGebra* у почетној настави математике.

У оквиру овог дела извршена је прецизна операционализација циља, задатака и хипотеза истраживања, као и зависних и независних варијабли истраживања. Јасно су представљени одабрани узорци истраживања (узорак ученика, узорак учитеља), примењене истраживачке методе, истраживачке технике (тестирање, анкетирање, скалирање, интервјуисање) и инструменти истраживања. Сви примењени инструменти конструисани су за потребе истраживања, пилотирани су и урађена је њихова стандардизација кроз утврђивање метријских карактеристика. Извршено је детаљно представљање свих корака и етапа истраживања, представљени сви статистички поступци и процедуре на којима је заснована обрада и интерпретација резултата добијених истраживањем.

Трећи део докторске дисертације, *Анализа и интерпретација резултата истраживања*, структуриран је кроз пет целина: 1) Ефекти примене софтверског пакета *GeoGebra* на образовна постигнућа ученика у учењу садржаја геометрије у почетној настави математике; 2) Ефекти примене софтверског пакета *GeoGebra* на трајност знања ученика у почетној настави математике; 3) Утицај примене софтверског пакета *GeoGebra* на ставове и мишљења ученика о математици; 4) Ставови ученика о учењу геометрије применом софтверског пакета *GeoGebra*; 5) Мишљења учитеља о софтверском пакету *GeoGebra*. У оквиру поменутих целина формиран су поднаслови у оквиру којих су детаљно представљени резултати истраживања. Добијени резултати представљени су табеларно и графички, анализирани уз коришћење адекватних статистичких поступака и детаљно анализирани уз дискусију, са јасно истакнутим импликацијама за теорију и праксу математичког образовања и изнетим ставовима кандидата о добијеним закључцима. Посебну вредност интерпретације резултата представља дескриптивна анализа и дискусија резултата поткрепљена радовима ученика добијених на тестирањима. Разматрањем типова грешака које су ученици чинили приликом решавања задатака на тестирањима и сагледавањем напретка оствареног од стране ученика експерименталне групе на финалном тестирању, кандидат је извршио посебан осврт на ефекте примене софтверског пакета *GeoGebra* у настави геометрије у четвртом разреду основне школе.

Закључна разматрања представљена су сажето и концизно са освртом на све резултате добијене истраживањем и јасно исказаним импликацијама за теорију и праксу математичког образовања. У делу *Закључак и методичке импликације* кандидат Милан Миликић је на сажет и концизан начин систематизовао најзначајније ставове који потврђују полазне хипотезе истраживања и тиме јасно исказао импликације за праксу математичког образовања, од којих као посебно значајне издвајамо следеће:

- Софтверски пакет *GeoGebra* примењен на садржајима геометрије позитивно утиче на повећање нивоа образовних постигнућа ученика у односу на класичан начин извођења наставе;

- *GeoGebra* софтвер на позитиван начин утиче на побољшање резултата ученика у раду са садржајима геометрије на свим нивоима образовних постигнућа;
- Примена *GeoGebra* пакета има позитивне ефекте на укупна постигнућа ученика без обзира на пол;
- Употреба софтвера приликом поучавања и учења геометрије остварује позитивне ефекте и подстиче раст образовних постигнућа свих ученика, независно од оцене коју имају из математике;
- Сви ученици, без обзира на општи успех, под утицајем примене софтверског пакета *GeoGebra* приликом реализације садржаја геометрије постижу евидентан напредак када су образовна постигнућа у питању;
- Модел наставе заснован на употреби *GeoGebra* пакета позитивно утиче на повећање трајности усвојених знања ученика.

Испитивањем ставова и мишљења ученика дошло се до следећих закључака:

- Под утицајем примене софтверског пакета *GeoGebra* дошло је до формирања позитивнијих ставова према математици код свих ученика, без обзира на оцену из математике и општи успех;
- Не постоје разлике међу ученицима у односу на пол када је формирање позитивних ставова према математици у питању;
- Учењем уз наставу потпомогнуту *GeoGebra* софтвером код ученика преовлађују позитивна осећања;
- Ученици позитивно оцењују свој напредак у савладавању садржаја захваљујући примени софтвера, независно од општег успеха и оцене коју имају из математике;
- Ученике са нижим оценама и слабијим општим успехом рад са *GeoGebra* софтвером чини додатно мотивисаним и самоувереним;
- Примена софтвера остварује позитивне ефекте на мотивацију свих ученика за учење математичких садржаја софтверски потпомогнутом наставом, без разлике у односу на оцену и општи успех из математике.

Анализом мишљења учитеља, кандидат је дошао до следећих закључака:

- Учитељи препознају предности извођења наставе уз употребу софтвера, али истовремено наглашавају и потребу за коришћењем манипулативних дидактичких средстава;
- Учитељи препознају методичку вредност рада са софтвером при поучавању тродимензионалним геометријским телима;
- Учитељи поседују позитивне ставове у вези са квалитетом знања ученика стеченим у раду са *GeoGebra* пакетом;
- Учитељи имају позитиван став када је коришћење софтвера у питању и исказују интересовање у вези са стицањем потребних компетенција за његову примену у настави.

На крају докторске дисертације кандидат је представио све инструменте коришћене током истраживања и детаљно разрађене моделе наставних јединица обухваћених експерименталним програмом.

Основни подаци о кандидату

Милан Миликић рођен је 8. августа 1988. године у Крагујевцу. Основну школу „Драгиша Михаиловић” и Прву крагујевачку гимназију завршио је у Крагујевцу. Основне академске студије на Природно-математичком факултету у Крагујевцу (студијски програм Математика) завршио је 2010. године, а мастер академске студије на истом факултету завршио је 2012. године одбранивши рад на тему *Три нормалне пројекције тела чије су основе у пројекцијским равнима* и тиме стекао академско звање Мастер математичар. Школске 2014/2015. године уписао је докторске академске студије (студијски програм Доктор наука – методика разредне наставе) на Учитељском факултету у Ужицу и положио све испите предвиђене планом и програмом докторских студија са просечном оценом 9,50.

Професионални ангажман започео је 2013. године у Паланачкој гимназији у Смедеревској Паланци, као наставник математике, где је радио до 2015. године. Од 2015. године ангажован је на Факултету педагошких наука Универзитета у Крагујевцу, у Јагодини, као асистент за ужу научну област Методика наставе математике. Тренутно је ангажован на предметима: *Методика наставе математике*, *Методички практикум математике*, *Методика развоја почетних математичких појмова* и *Методички практикум развоја почетних математичких појмова*. У периоду од 2016. до 2018. године био је ангажован као реализатор три акредитована семинара стручног усавшавања Завода за унапређивање образовања и васпитања Републике Србије. Од 2019. године члан је Комисије за давање стручне оцене квалитета рукописа уџбеника и уџбеничких комплета за математику при Заводу за унапређивање образовања и васпитања. Члан је Савета Факултета педагошких наука у Јагодини и Друштва математичара Србије. До сада је учествовао у више међународних и интеринституционалних научних и развојних пројеката. Учесник је бројних домаћих и међународних конференција и научних скупова из области Методике наставе математике. Аутор је и коаутор 15 оригиналних научних и стручних радова из уже научне области Методика наставе математике.

II ОЦЕНА РАДА

1. Значај и допринос докторске дисертације са становишта актуелног стања у одређеној научној области

Докторска дисертација кандидата Милана Миликића *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* представља оригинално теоријско и емпиријско истраживање које разматра веома значајно питање и актуелан проблем теорије и праксе наставе математике на млађем школском узрасту и Методике наставе математике – *На који начин иновирати наставу математике и позитивно утицати на повећање постигнућа ученика у области учења садржаја геометрије?* У конципирању теме докторске дисертације кандидат полази од чињенице да садржаји геометрије чине важан део програма наставе и учења математике на млађем школском узрасту, али и да велики број ученика има проблема са савладавањем ових садржаја, што се даље одражава и на учење других садржаја математике.

На основу свеобухватно обављене анализе бројних истраживачких радова, кандидат тежи проналаску ефикасног модела рада који би резултирао постизањем бољих образовних постигнућа ученика, развијеним способностима геометријског резоновања, умењима и навикама ученика и формирањем позитивнијих ставова према учењу садржаја математике. У том контексту кандидат посебну пажњу скреће на планирање, организацију и реализацију наставе геометрије која се заснива на активном учешћу ученика, учењу путем открића, самосталном извођењу закључака од стране ученика, а све иницирано одговарајућим динамичним приказима који се остварују уз употребу софтвера *GeoGebra*.

Теоријске основе дисертације, кандидат Милан Миликић заснива првенствено на анализи резултата добијених истраживањима која су у фокусу имала софтверски пакет *GeoGebra*, испитивање ефеката његове употребе на учење геометрије, али и проблеме и потешкоће који се односе на учење садржаја геометрије. Основу у истраживању чинили су првенствено радови експерименталног типа у којима су аутори испитивали значај и ефекте примене софтвера у побољшању квалитета знања ученика и постизању бољих образовних резултата из геометрије и других области математике. На основу проучавања литературе кандидат закључује да досадашња разматрања нису у довољној мери за предмет имала испитивање ефеката употребе софтверског пакета на млађем школском узрасту, као и да је међу њима мали број оних која су се бавила утицајем софтвера на раст нивоа образовних постигнућа.

Недовољна заступљеност примене образовних софтвера у настави математике, а посебно у почетној настави математике, као и мали број истраживања о овој теми која су реализована у Републици Србији послужили су као сигуран ослонац за свеобухватније сагледавање теорије и праксе примене методског поступка заснованог на употреби једне врсте образовног софтвера у настави геометрије на млађем школском узрасту. Поред чињенице да у нашој земљи не постоје експериментална истраживања чији резултати дају одговор на питање остварује ли употреба софтверског пакета *GeoGebra* позитивне ефекте на постигнућа ученика у настави геометрије на млађем школском узрасту, проблем отварају и бројне потешкоће које прате наставу геометрије на овом узрасту. Изостанак визуелизације, статични прикази геометријских појмова само су неки од проблема који остварују негативне ефекте на постигнућа ученика у области геометрије на овом ступњу математичког образовања. Поред поменутих постигнућа, у литератури недостају и истраживачки подаци о ставовима и мишљењима ученика и учитеља о примени и дидактичко-методичким вредностима учења уз употребу образовног софтвера у настави математике, односно на који начин и у којој мери примена софтвера утиче на мотивацију ученика за учење.

Од посебног значаја је чињеница да је кандидат Милан Миликић, ослањајући се на свеобухватну анализу и систематизацију постојећих знања, претходних искустава и резултата експерименталних истраживања осмислио одговарајуће дидактичко-методичке моделе учења за садржаје геометрије а потом их и емпиријски верификовао са циљем испитивања остварује ли такав модел учења позитивне ефекте на раст образовних постигнућа ученика. Сазнање да не постоје претходна истраживања којима би била извршена теоријска и емпиријска евалуација модела учења у Републици Србији даје основа за истраживање ефеката примене софтверског пакета *GeoGebra* на садржајима геометрије у почетној настави математике, из чега проистиче научни и педагошки допринос докторске дисертације.

Идентификација, анализа и емпиријска провера проблема истраживања представљају резултат студиозног и критичког проматрања теорије и праксе почетног математичког образовања, са посебним акцентом на наставу геометрије. С тим у вези, кандидат је на веома систематичан и концизан начин извршио дефинисање предмета, циља, задатака и хипотеза истраживања, уз пажљив одабир узорка и примењене истраживачке технике. Уз јасну и прецизно одређену научно-истраживачку методологију кандидат је спровео истраживање и испитао ефекте креираног методичког оквира.

Све претходно наведено указује да проблем докторске дисертације *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића има пуно оправдање и представља значајан допринос методици наставе математике, али и теорији и пракси математичког образовања. Поред тога, дисертација представља и значајан допринос будућим истраживањима ефеката примене образовног софтвера у настави геометрије али и другим областима математике.

2. Оцена да је урађена докторска дисертација резултат оригиналног научног рада кандидата у одговарајућој научној области

Комисија је мишљења да је докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића резултат оригиналног научно-истраживачког рада, што потврђује оцена ментора проф. др Сање Маричић након провере оригиналности докторске дисертације. Научно-истраживачку активност кандидат је усмерио и на теоријско и на емпиријско проучавање. На основу свеобухватне анализе, компарације, критичког сагледавања доступних теоријских и емпиријских радова из области методике наставе математике кандидат је, са научном проницљивошћу, полазећи од садржаја геометрије предвиђених програмима наставе и учења на млађем школском узрасту и карактеристика геометријског резоновања ученика, уз уважавање сазнања различитих теоријских поставки, сагледао рано учење геометрије и проблеме који га прате. Том приликом, кандидат је разматрао и питање на који начин је могуће извршити методичку трансформацију и обликовање садржаја са циљем омогућавања лакшег разумевања појмова геометрије који су обухваћени наставом математике на млађем школском узрасту.

Приликом изношења теоријских и емпиријских становишта кандидат је кроз интердисциплинарни приступ расветлио методичке поставке учења садржаја геометрије кроз разматрање овог питања са позиције педагогије, психологије, дидактике и методике наставе математике, кроз систематичну и критичку анализу теоријских поставки и претходно спроведених емпиријских радова. У циљу анализе постављених истраживачких питања кандидат је користио релевантну домаћу и страну литературу, те приликом изношења ставова, изражавања идеја и синтезе резултата користи јасан и прецизан стил изражавања, што указује да разуме и успешно примењује стручну и научну терминологију.

Кроз опис истраживачких активности кандидат Милан Миликић је показао велику умешност у планирању, организацији и реализацији истраживања, добром одабиру истраживачких метода, техника и инструмената, али и адекватно одабраним статистичким поступцима којима је анализирао податке добијене истраживањем и тестирао постављене хипотезе истраживања. Оваквим приступом кандидат је показао да је испоштовао све критеријуме научног рада и принципе које савремени научно-истраживачки рад захтева, а на темељу којих се доносе веродостојни научни закључци.

Оригиналност докторске дисертације огледа се у чињеници да ефекти примене софтверског пакета *GeoGebra* у учењу садржаја геометрије у настави математике на млађем школском узрасту до сада нису испитивани на овакав систематичан начин, у овом обиму и на узорку ученика овог узраста.

Сагласно претходно дефинисаној теми, проблему и предмету истраживања, уз проучавање релевантне литературе и поузданих истраживања, кандидат је поставио јасне и прецизне задатке, односно хипотезе које је каснијом теоријско-методолошком анализом и потврдио. Применом експерименталне и дескриптивне методе, одговарајућих техника и критичке анализе резултата добијених на валидно одабраним узорцима, кандидат је дошао до значајних резултата. Додатни допринос оригиналности истраживања представља чињеница да су инструменти које је кандидат користио оригинални, конструисани за потребе овог истраживања, пилотирани и баждарени пре почетка самог истраживања, док је вредност резултата добијених инструментима потврђена избором адекватних статистичких мера. Кроз поставке методолошког оквира, планирање, организацију и реализацију истраживања, анализу, интерпретацију и дискусију резултата истраживања, кандидат Милан Миликић је исказао висок ниво озбиљности, систематичности, аналитичности, зрелости, креативности, проницљивости и спремности за бављењем једним оваквим свеобухватним истраживањем. Закључци до којих је на основу анализе добијених резултата дошао јасно су представљени, вишеструко аргументовани и научно засновани.

На основу свега претходно наведеног сматрамо да је спроведено истраживање настало као резултат сопствених напора кандидата, који је на тај начин показао да је у стању да са успехом користи доступне изворе података и уз примену научно прихваћене методологије изведе јасне, недвосмислене и веродостојне закључке и њихове импликације. Кандидат је истраживањем представио другачији, иновативни приступ садржајима геометрије, заснован на примени софтверског пакета динамичке геометрије, који се ослања првенствено на могућност визуелизације геометријских појмова. Овакав приступ омогућио је креирање модела учења на конкретним садржајима почетне наставе математике који су евалуирани у оквиру експерименталног дела истраживања.

Све наведено упућује на закључак да докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића представља значајан и оригиналан научни и стручни допринос у области проучавања иновирања наставе геометрије у почетној настави математике, чиме остварује значајан научни допринос методици наставе математике и методици наставе уопште.

3. Преглед остварених резултата рада кандидата у научној области

Кандидат Милан Миликић до сада је објавио 15 научних и стручних радова као аутор и коаутор, а у 5 је први аутор. Сви објављени радови кандидата припадају ужој научној области из које је тема докторске дисертације. Списак радова по групама категорија научно-истраживачких резултата је:

а) Радови објављени у тематском зборнику међународног значаја – M14

Mihajlović, A., Milikić, M. (2018). The Impact of Lesson Study on Pre-service Kindergarten Teachers' Mathematics Teaching Anxiety. In E. Kopas-Vukašinić, J. Lepičnik-Vodopivec (Eds.). *Innovative Teaching Models in the System of University Education: Opportunities, Challenges and Dilemmas*, 107–119. Jagodina/Koper. [UDC 371.3::51-028.31]

б) Радови објављени у часописима међународног значаја

Mihajlović, A., Vulović, N., Milikić, M. (2020). Using the Fangcheng method to develop pre-algebra concepts in primary-grade students. *Teaching Innovations, Special Issue - A Theatre of Mathematical History – A Historical Memoir*, 33(1), 72–88. [ISSN 0352-2334, UDC 512.13-028.31:517.912] (ERIHPLUS, DOAJ) – M24

Mihajlović, A., Vulović, N., Milikić, M. (2020). The Teaching Efficacy of Preservice Mathematics Teachers: Research in the Republic of Serbia. *The New Educational Review*, 61(3), pp. 63–75. [ISSN 1732-6729] – ERIH PLUS

в) Радови објављени у часописима националног значаја

Миликић, М., Маричић, С., Вуловић, Н. (2022). Примена софтвера *GeoGebra* при формирању појма обима фигуре у млађим разредима основне школе. *Зборник радова*, 25(24), 127–140. [ISSN 2560-550X, УДК 37.091.39:004.4] – M51

Вуловић, Н., Чутура, И., Миликић, М. (2021). Оспособљеност будућих учитеља за процену прецизности текстуалних математичких задатака. *Узданица*, 18(2), 289–305. [ISSN 1451-673X, COBISS.SR-ID 110595084, УДК 37.011.3-051:51] – M51

Миликић, М., Вуловић, Н., Михајловић, А. (2020). Геометријска интерпретација разломака применом образовног софтвера ГеоГебра. *Узданица*, 17(1), 307–317. [ISSN 1451-673X] – M51

Миликић, М. (2018). Трајност математичких знања ученика средњих школа стечених у првом циклусу обавезног образовања. *Узданица*, 15(1), 221–231. [ISSN 1451-673X] – M52

г) Радови објављени у целини у зборницима радова са међународних научних скупова – М33

Mihajlović, A., Vulović, N., Milikić, M. (2020). Investigating Some Aspects Of Pre-Service Primary School Teachers' Mathematics Anxiety. *Proceedings of the CODEMA 2020. IX Seminar of differential equations and analysis & The first congress of differential equations, mathematical analysis and applications*, October 30 – November 01, 2020. Skopje: Armaganka, pp. 211–221. [ISBN 978-608-4904-09-0]

д) Радови објављени у целини у зборницима радова са скупа националног значаја – М63

Михајловић, А., Вуловић, Н., Миликић, М. (2021). Примена јапанске студије часа у припреми будућих васпитача за извођење усмерених активности у области развоја математичких појмова. *Методички аспекти наставе математике IV: зборник радова са четвртог међународног научног скупа*, 292–301, 2–3. новембар 2017. године, Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу. [ISBN 978-86-7604-208-1, COBISS.SR-ID 48262409, УДК: 37.091.3:51]

Mihajlović, A., Milikić, M. (2019). Fangcheng method as a tool for developing pre-algebra concepts in primary grade students. In S. Lawrence, A. Mihajlović, O. Đokić (Eds.). *Proceedings of the Training Conference History of Mathematics in Mathematics Education*, October 26 - 30. 2018. Jagodina: University of Kragujevac, Faculty of Education, pp. 52–57. [ISBN 978-86-7604-176-3]

Вуловић, Н., Миликић, М. (2015). Национални оквир исхода математичких такмичења ученика четвртог разреда. *Зборник радова са трећег међународног научног скупа Методички аспекти наставе математике III*, 14-15. јун 2014. 119–129, Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу. [ISBN 978-86-7604-141-1]

Миликић, М. (2015). Примена аудиовизуелних наставних средстава у овладавању почетним математичким појмова. *Зборник радова са трећег међународног научног скупа Методички аспекти наставе математике III*, 14-15. јун 2014. 159–164. Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу. [ISBN 978-86-7604-141-1]

ђ) Саопштења са скупа националног значаја штампана у изводу – М64

Миликић, М. (2021). Примена GeoGebra софтвера приликом усвајања геометријских појмова у четвртог разреда основне школе. *Књига апстраката - једанаести симпозијум „Математика и примене“*, 40, 3–4. децембар 2021. године, Београд: Математички факултет Универзитета у Београду. [ISBN 978-86-7589-155-0]

Вуловић, Н., Миликић, М. (2017). Контекст реалних ситуација у уџбеницима математике за први циклус основног образовања. *Зборник резимеа четврте међународне конференције Методички аспекти наставе математике IV*, 2-3. новембар 2017. Јагодина: Факултет педагошких наука Универзитета у Крагујевцу. [ISBN 978-86-7604-160-2]

е) Некатегорисани радови

Вуловић, Н., Миликић, М. (2017). Мишљења учитеља и наставника математике о применљивости стечених знања. *Учење и настава*, 3(4), 697–706. [ISSN 2466-2801, УДК 37(497.11)]

Анализа радова Милана Миликића показује интересовање кандидата за питања иновирања наставе математике на млађем школском узрасту, са посебним акцентом на питања унапређивања у погледу учења садржаја геометрије. У погледу научне продукције кандидат испуњава све услове да може приступити одбрани докторске дисертације. Кандидат је до сада објавио 15 научних и стручних радова као аутор и коаутор, а у 5 је први аутор. Поред тога, неколико радова настало је као резултат рада на докторској дисертацији, што је услов да кандидат може да приступи одбрани дисертације.

4. Оцена о испуњености обима и квалитета у односу на пријављену тему

Докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића обимом и квалитетом у потпуности одговара проблему, предмету, циљу и задацима, теоријским и методолошким поставкама које су предвиђене предлогом и образложењем теме која је пријављена. У поређењу са образложењем које је кандидат поднео приликом пријаве докторске дисертације, увиђамо да коначна верзија дисертације нема значајнијих одступања. Дисертација је урађена према идејном пројекту истраживања и сви пројектовани циљеви, задаци, хипотезе и целокупан методолошки оквир истраживања јесу у потпуности реализовани. Кандидат је предложеној теми приступио студиозно, опсежно, са великом дозом одговорности и научне проицљивости, показујући критички однос приликом теоријске и емпиријске анализе и изношења ставова. Сама дисертација потврђује научну релевантност пријављене теме и могућност примене истраживања при проучавању проблема методике наставе математике. Кандидат је са успехом дефинисао предмет, циљ и задатке истраживања користећи релевантну научну методологију која се примењује у области друштвених наука. Методологија научно-истраживачког рада, методе, технике и инструменти доследно су примењени на пажљиво одабраним узорцима истраживања у складу са активностима наведеним приликом пријаве докторске дисертације. Делови дисертације су логично и садржајно повезани чинећи целину уз јасно и прецизно изведене закључке и импликације.

Структура докторске дисертације одговара пријављеној и одобреној теми, а постављени проблеми су прецизно, јасно расветљени и адекватно изложени по поглављима тако да заједно формирају складну целину. Кандидат је на свеобухватан и прегледан начин изложио резултате претходних истраживања из области којој дисертација припада, пажљиво представио корпус теоријске анализе, који је послужио као ослонац за осмишљавање методичког оквира и његову емпиријску проверу. Закључци до којих је дошао на основу анализе и интерпретације резултата приказани су јасно и детаљно и могу послужити као основ будућим истраживањима у области унапређивања образовног процеса.

5. Научни резултати докторске дисертације

Анализа рукописа докторске дисертације *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића показује да је њеном изработом дошао до оригиналних, релевантних и значајних научних резултата у области Методике наставе математике и уопште теорије и праксе математичког образовања. С тога значај докторске дисертације можемо посматрати са аспекта теоријског и емпиријског дела рада.

Научни и педагошки значај теоријског разматрања које је представио кандидат, огледа се у сазнању да су у раду јасно издвојене специфичности учења геометрије на млађем школском узрасту, на чијим основама су на систематичан и прегледан начин сагледани сви проблеми који одликују наставу геометрије у оквиру почетне наставе математике. Оваква почетна разматрања специфичности и потешкоћа које се јављају приликом раног учења геометрије створила су основу и указала на неопходност дубљег преиспитивања приступа учењу ових садржаја и довела до закључка да се морају узети у обзир развојне карактеристике ученика и способности геометријског резонавања како би се начин поучавања прилагодио њима и њиховим могућностима. У том контексту дисертација, кроз свеобухватну анализу великог броја истраживачких радова, даје теоријски допринос расветљавању повезаности способности визуелизације и постизања бољих постигнућа из области геометрије. Изношење ставова у вези са поменутиим питањима повезаности визуелизације и остваривања бољих резултата из геометрије

кандидат је извршио отварањем знатног броја истраживачких питања која су усмерена на иновирање почетне наставе математике. Питања којима се кандидат током анализе теоријских поставки и доступних емпиријских радова бавио, превасходно се односе на изналажење могућности за побољшање постигнућа ученика млађег школског узраста у области учења садржаја геометрије и изналажење начина примене образовног софтвера са циљем остваривања позитивних ефеката на развијање и побољшање способности визуелизације геометријских појмова код ученика. Имајући у виду да су одговорима на поменута питања расветљавају неки од основних проблема наставе геометрије, то само добијање одговора представља важан научни и педагошки допринос ове дисертације.

Развијање методичког оквира учења садржаја геометрије и његова емпиријска верификација представљају најзначајнији резултат ове докторске дисертације. Посебан значај истраживања примене софтверског пакета *GeoGebra* огледа се у чињеници да на територији Републике Србије до сада није реализовано слично емпиријско истраживање на узорку ученика млађег школског узраста. *GeoGebra* пакет је у највећој мери коришћен у раду са ученицима виших разреда основне школе, па ово истраживање представља јединствену прилику у којој је извршено експериментално испитивање утицаја софтвера на учење садржаја геометрије у четвртном разреду основне школе. У оквиру докторске дисертације детаљно је представљен методички оквир кроз методичко обликовање садржаја геометрије путем визуелизације конкретних примера уз помоћ софтверског пакета *GeoGebra*. Приликом методичке трансформације садржаја геометрије приказани су сви кораци процеса учења, могући модели решавања и извођење закључака на основу овако осмишљеног приступа учењу. Овакав, измењени приступ настави и учењу геометрије на млађем школском узрасту могао би бити од значаја свима онима који истражују ове и сличне проблеме наставе и учења са једне, и проблеме квалитетнијег и трајнијег усвајања знања ученика са друге стране. Додатни значај дисертације произилази и из претпоставке да овакав приступ садржајима геометрије кроз примену у учионицама може остварити позитиван утицај на побољшање ученичких постигнућа.

У дисертацији су развијени садржаји учења засновани на визуелизацији којој доприноси софтверски пакет *GeoGebra*, а у којима до изражаја долазе динамични прикази, одсуство статичних приказа, решавање проблемских ситуација и извођење генерализација. Резултати добијени истраживањем требало би да одражавају проблем осмишљавања, планирања, организације и реализације наставе геометрије и учења заснованих на примарној употреби образовног софтвера са циљем боље визуелизације садржаја геометрије на млађем школском узрасту. С тим у вези, докторска дисертација кандидата Милана Миликића представља прву свеобухватну научно-истраживачку студију у Републици Србији у којој се садржаји геометрије у почетној настави математике обликују уз изразиту употребу образовног софтвера.

Докторска дисертација Милана Миликића својом садржином и резултатима представља оригиналан и самосталан рад кандидата и као таква пружа изузетно вредан допринос теорији и пракси математичког образовања, методици наставе математике и педагошкој теорији и пракси уопште. Оно што представља посебан значај дисертације јесте чињеница да је кандидат кроз свеобухватну анализу и систематизацију резултата и закључака претходних истраживања осмислио, конципирао и креирао посебан дидактичко-методички модел учења за садржаје геометрије и извршио његову емпиријску верификацију са циљем да се утврди доприноси ли такав модел учења унапређивању квалитета образовних постигнућа, повећању трајности и формирању позитивних ставова ученика на млађем школском узрасту.

Научни допринос дисертације јесте иновативни приступ настави геометрије са циљем да ученицима пружи могућност лакше визуелизације геометријских појмова, развијања способности геометријског резоновања и напослетку побољшања квалитета учења у почетној настави математике. Развијени бројни интерактивни динамични модели,

настали уз примену софтверског пакета *GeoGebra* који у потпуности прате програм наставе и учења на млађем школском узрасту представљају сигуран ослонац у раду практичара са циљем унапређивања почетне наставе математике. На бази резултата добијених истраживањем могу се утврдити даљи правци деловања, како на плану подизања професионалних компетенција учитеља, тако и на плану иновирања наставног процеса по моделу учења путем открића на садржајима трансформисаним уз употребу образовног софтвера.

Практични значај истраживања огледа се у чињеници да сазнања до којих се дошло истраживањем могу користити у планирању, организацији и дидактичко-методичком обликовању наставног процеса у којем ће преовладавати учење уз изразиту визуелизацију садржаја, као и у могућности да учитељи примене креиране моделе за реализацију садржаја геометрије у четвртом разреду. Будући да употреба *GeoGebra* пакета подстицајно утиче на учење путем открића и пружа прилику учитељима да боље спознају когнитивне способности својих ученика, готови модели могу бити ослонац учитељима за самостално креирање и обликовање како садржаја геометрије тако и других садржаја математике и других наставних предмета. Намера истраживања кандидата није да укаже на потребу за заменом очигледних наставних средстава образовним софтверима, већ њихова међусобна коегзистенција. У том смислу, дисертација може користити и ауторима уџбеника приликом обликовања уџбеничких комплета у циљу подстицања примене приступа који подразумева обogaћивање статичних приказа садржаја динамичним.

Друштвени значај истраживања произлази из чињенице да XXI век представља век дигитализације. Ученици одрастају у ИКТ окружењу, те би требало радити на развијању професионалних компетенција учитеља како би били у стању да прате развој технологија и користе их у образовне сврхе. У складу са препорукама *Стратегије развоја образовања у Републици Србији до 2030. године* потребно је прилагођавања учитеља новим тенденцијама у образовању и усавршавање у складу са новинама које ће бити неопходне у будућности. Оспособљавањем за реализацију такве наставе, прожете употребом образовних софтвера, обезбедили би се услови за даље осавремењивање и унапређивање образовног процеса и васпитање личности ученика који критички промишља и припремљен је да самостално трага за новим сазнањима.

Научни резултати и сазнања до којих је кандидат Милан Миликић дошао истражујући овај проблем могу бити вишеструко примењени, не само у области методике наставе математике, већ интердисциплинарно. С тим у вези, модели успостављени у овој докторској дисертацији апсолутно су преносиви у наставну теорију и праксу методика других наставних предмета.

6. Примењивост резултата у теорији и пракси

Резултати теоријског и емпиријског проучавања проблема у докторској дисертацији *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића имају изузетан значај и примену у теорији и пракси почетног математичког образовања. Сви резултати добијени истраживањем указују на читав низ позитивних ефеката које примена софтвера остварује на процес учења садржаја геометрије. Кандидат је у дисертацији дао одговоре и разјаснио нека важна питања и проблеме који се односе на начине учења геометрије на млађем школском узрасту. Имајући у виду да је практично разрађен модел учења уз употребу софтверског пакета *GeoGebra*, детаљном анализом елемената процеса наставе и учења геометрије откривене су све специфичности његовог конципирања, планирања, организације и реализације. На тај начин разрешене су многе дилеме у вези са сложености практичне примене овог модела учења у оквиру почетног математичког образовања и пружена подршка учитељима како би на основу представљених модела сами осмислили

модалитете рада уз примену софтверског пакета, што је посебан допринос дисертације пракси математичког образовања.

Имајући на уму проблеме које учење геометрије са собом носи, докторска дисертација је покушала да разреши низ дилема стављајући акценат на изразиту очигледност и потребу за јасном визуелизацијом геометријских појмова. Стога овакви оквири конципирани на идеји да у учењу садржаја геометрије треба поклонити значајну пажњу адекватном визуелном приказу, омогућавају ученицима активно учествовање у наставном процесу и самостално конструисање знања и умења.

Како садржаји моделовани уз употребу *GeoGebra* пакета не представљају саставни део уџбеничких комплета за математику, дисертација може бити од користи ауторима уџбеника јер указује на елементе које треба имати у виду приликом конципирања уџбеника, односно обликовања садржаја са фокусом на стварање услова неопходних за формирање јасних геометријских појмова, извођење генерализација и подстицање учења путем открића.

За праксу почетне наставе математике од посебне важности је чињеница да је кандидат у оквиру израде докторске дисертације показао да пажљиво организовање и реализација наставе геометрије засноване на принципу примене софтверског пакета *GeoGebra* приликом поучавања и учења доприноси повећању нивоа образовних постигнућа ученика, остварује позитивне ефекте на трајност знања и утиче на формирање позитивних ставова према настави математике. Дисертација представља основу за рад у пракси, јер садржи моделе садржаја за наставу геометрије, велики број задатака и проблемских ситуација које могу служити за пример и на тај начин ствара услове за примену представљеног модела у учењу других математичких садржаја.

Све претходно наведено указује да докторска дисертације представља значајан допринос у теоријском смислу и изузетну помоћ практичарима да почетну наставу математике организују тако да тежи постизању бољих образовних постигнућа. Дисертација представља и основ другим истраживачима да испитају и прикажу ефекте примене софтверског пакета *GeoGebra* из других углова и аспеката, у другим областима почетне наставе математике или пак да испитају могућности примене другог софтвера на истом садржају.

7. Начин презентовања резултата научној јавности

Докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића представља вредан и значајан научно-истраживачки допринос педагошкој науци и дидактичко-методичкој пракси математичког образовања. Имајући то у виду, дисертацију треба учинити јавно доступном и презентовати широј научној и стручној јавности. Обим и сложеност проблема истраживања, актуелност предмета истраживања и примењене анализе, као и на тај начин добијени емпиријски резултати истраживања, представљају квалитетан основ за презентовање резултата јавности и објављивање научних радова. Током израде дисертације кандидат је неке од резултата презентовао јавности у радовима који су објављени у научним часописима, док ће други бити саопштени приликом одбране докторске дисертације. Комисија је мишљења да ће најбољи начин презентовања резултата научној и стручној јавности бити објављивање текста докторске дисертације у целисти.

III ЗАКЉУЧНА ОЦЕНА КОМИСИЈЕ

Комисија је једногласна у оцени да докторска дисертација *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* кандидата Милана Миликића представља оригинално ауторско дело које је настало као резултат сопственог научног рада, а обимом и квалитетом научне грађе представља значајан и оригиналан научни допринос теорији и пракси *Методике наставе математике* и тиме испуњава све услове за јавну одбрану.

IV ПРЕДЛОГ КОМИСИЈЕ

Полазећи од наведених чињеница, анализе резултата и сагледавања доприноса, као и изречених закључака о докторској дисертацији, Комисија има част да Наставно-научном већу Педагошког факултета у Ужицу Универзитета у Крагујевцу предложи да прихвати Извештај о оцени докторске дисертације кандидата Милана Миликића, под називом *Ефекти примене софтверског пакета GeoGebra на садржајима геометрије у почетној настави математике* и одобри њену јавну одбрану пред овом Комисијом.

У Ужицу, 29.3.2023. године

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:



проф. др Ненад Вуловић, ванредни професор за ужу научну област *Методика наставе математике*, Факултет педагошких наука у Јагодини, Универзитет у Крагујевцу, председник Комисије



доц. др Оливера Марковић, доцент за ужу научну област *Математика са методиком*, Педагошки факултет у Ужицу, Универзитет у Крагујевцу, члан Комисије



проф. др Оливера Токић, ванредни професор за ужу научну област *Методика наставе математике*, Учитељски факултет у Београду, Универзитет у Београду, члан Комисије